

# INVOLUTES CYLINDRICAL GEARBOXES WITH NONCIRCULAR GEARS

Prof. Svetoslav Kanchev Simeonov, Assoc. Prof. Genadi Cvetanov Cvetanov PhD, Asst. Prof. Silvia Hristova Golemanova, TU - Gabrovo  
 ssim@tugab.bg, gencvet@tugab.com, silvia.g@abv.bg

**Abstract:** In this article present necessary and sufficiently condition for geometrical synthesis in involutes, cylindrical gearboxes with noncircular gears. In base for equivalently contour velocity in this article present the basic relation for movement in external and internal gears contact.

**Keywords:** GEARBOX, NONCIRCULAR GEARS, VARIABLE TRANSFER RATIO

## 1. Въведение

Зъбните предавки с некръгли козела са намерили ограничено приложение поради усложнения начин на конструиране и изработване в продължителен период от време. В следствие развитието на съвременните технологии и софтуерни продукти, разработката и производството на такива зъбни предавки се е превърнала в изпълнима задача и техният потенциал може да се използва в много и различни области [1, 2, 3, 4, 5, 6].

Зъбните предавки с некръгли козела са приложими за подобряване функционалността на различни механизми и опростяване на много процеси. Дават възможност за скоростно слобяване на компоненти на конвейрни линии, линейно движение и бързо позициониране, движение със стоп и пауза (stop and dwell motion). Съвременни публикации и издания потвърждават, че интересът към некръглите зъбни предавки е голям, както от теоретичен аспект, така и от гледна точка на производство и приложение във високопроизводителни машини и автоматизирани производствени процеси.

Зъбните предавки с некръгли козела са създадени главно за предаване на въртеливо движение между паралелни оси при постоянно междуосово разстояние и променливо предавателно отношение [3].

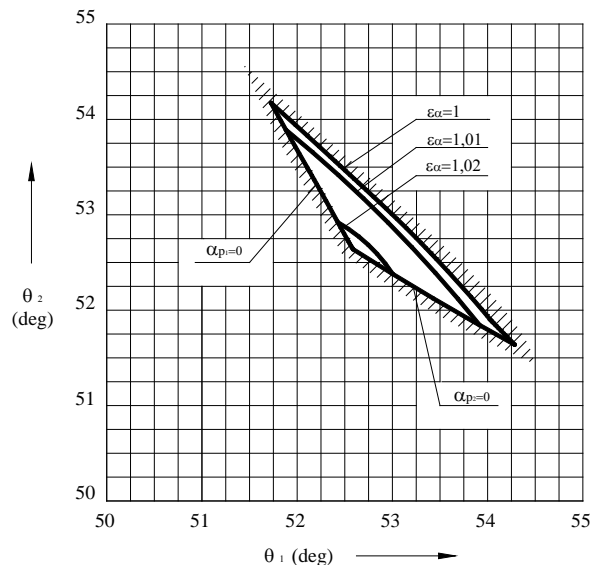
## 2. Центроиди на некръгли зъбни козела

Изследванията върху областите на съществуване при еволвентен симетричен профил и кръгли центроиди са показали, че при  $u = 1$  най – малкият възможен брой зъби който може да се произведе със стандартен контур, е  $z_1 = z_2 = 7$  [7, 8, 9, 10]. Такава предавка може да се реализира при минимален и постоянен коефициент на радиална хлабина (фиг.2). В този случай е възможна изработката на предавката с един стандартен инструмент, но коефициентът на челно прекриване също не надвишава стойността от 1,04 в зоната на интерференция. От тази област на съществуване на предавката (фиг.1) се установява, че профилът на зъба е силно подрязан.

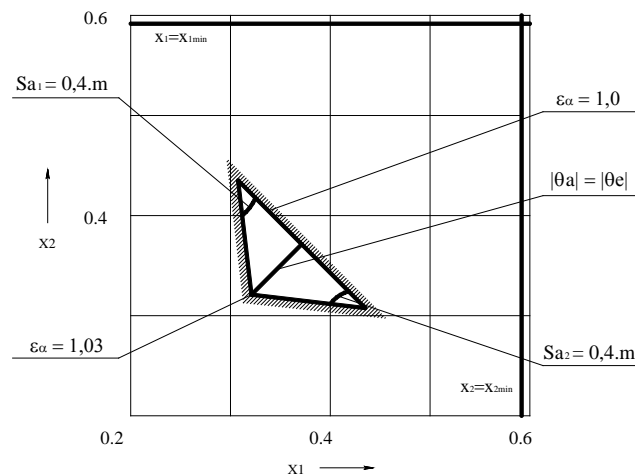
Следователно областите на съществуване, изобразени на фиг. 1 и фиг. 2, имат повече теоретично отколкото практическо значение.

Когато условията към зацепването не могат да се удовлетворят от класическите зъбни предавки с кръгли центроиди се преминава към некръгли центроиди.

Цел на настоящият доклад е да разгледа условията за движения без приплъзване на еволвентни зъбни предавки, с външно и вътрешно зацепване във векторна форма.



**Фиг. 1** Област на съществуване на зъбна предавка с външно зацепване със симетричен профил и брой на зъбите  $z_1 = z_2 = 5$



**Фиг. 2** Блокиращ контур при симетричен зъбен профил, реализиран със стандартен изходен контур и брой зъби  $z_1 = z_2 = 7$

7

Началните криви на некръглите зъбни козела се определят в зависимост от закона за движение, който те трябва да удовлетворяват. На фиг. 3 е показан пример на центроиди на елиптични зъбни козела [3]. Центроидите са в контакт в точката С, която се движи по отсечката на междуцентровото разстояние  $O_1 - O_2$ .

Векторите  $V_1$  и  $V_2$  представляват линейните скорости на ротация съответно около  $O_1$  и  $O_2$  и се определят:

$$v_1 = \omega_1 \times \overline{O_1 C}, \quad v_2 = \omega_2 \times \overline{O_2 C} \quad (1)$$

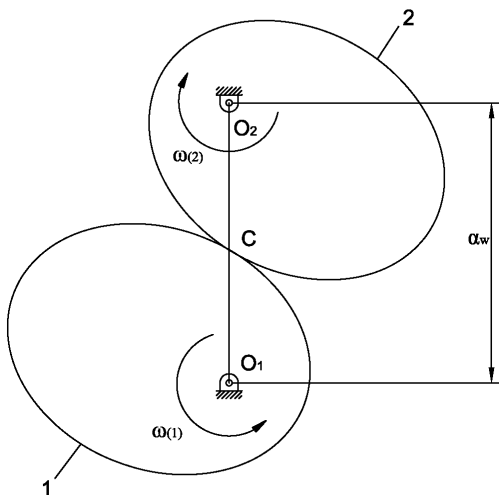
Състоянието на обгъркване на центроиди една по друга се дефинира с векторното уравнение:

$$v_1 = v_2 \quad (2)$$

Уравнение (2) показва, че релативната скорост в точката на тангентност на центроидите е равна на нула. По този начин състоянието на обгъркване на центроидите се определя с

векторните уравнения:

$$v_{12} = v_1 - v_2 = 0, \quad v_{21} = v_2 - v_1 = 0. \quad (3)$$



Фиг. 3 Центроиди, които се търкалят една по друга.

Точката на тангентност  $C$  на центроидите е моментен център на ротация в релативното движение и ако едната центроида е неподвижна, например 2, тогава може да се приеме, че центроида 1 се върти около центроида 2 в точката  $C$  с ъглова скорост:  $|\omega_{12}| = |\omega_1| + |\omega_2|$ .

**3. Запазване на затворени центроиди за генериране на функция**

Зъбните предавки с некръгли колела спомагат за генериране на функция от вида:  $y(x), x_1 \leq x \leq x_2$ , която е формулирана в [3] при спазване на следните условия:

- функцията  $y'(x)$  трябва да бъде периодична в рамките на периода  $\frac{x_2 - x_1}{n_1}$ , където  $n_1$  е цяло число;
- скаларните коефициенти  $k_1$  и  $k_2$  [3] трябва да удовлетворяват следните условия:

$$k_1 = \frac{2\pi}{x_2 - x_1}; \quad (4)$$

$$k_2 = \frac{2\pi}{f(x_2) - f(x_1)}. \quad (5)$$

**4. Условия за изпъкналост на центроида**

От уравненията за радиуса на кривина  $\rho$  [3] се извежда следното условие за изпъкналост на центроида ( $\rho > 0$ ):

$$r(\phi)^2 + 2\left(\frac{dr}{d\phi}\right)^2 - r(\Theta)\frac{d^2r}{d\phi^2} > 0. \quad (6)$$

Центроида 1 е изпъкнала при спазване на следното условие [3]:

$$1 + m_{12}(\phi_1) + m_{12}''(\phi_1) \geq 0. \quad (7)$$

Условията за изпъкналост на центроида 2 са [3]:

$$1 + m_{12}(\phi_1) + [m_{12}'(\phi_1)]^2 - m_{12}(\phi_1)m_{12}''(\phi_1) \geq 0, \quad (8)$$

където:

$$m_{12}'(\phi_1) = \frac{d}{d\phi_1}(m_{12}(\phi_1));$$

$$m_{12}''(\phi_1) = \frac{d^2}{d^2\phi_1}(m_{12}(\phi_1)). \quad (9)$$

Когато неравенства (7) и (8) се преобразуват в равенства съществува точка от центроидата в която  $\rho = \infty$ .

Ако се приеме, че некръглите колела са проектирани за генериране на функцията  $z = f(u)$  се получава:

$$m_{12}(u) = \frac{k_1}{k_2 f'(u)} \quad (10)$$

където връзката между  $\phi_1$  и  $u$  е:

$$\phi_1 = k_1(u - u_1) \quad (11)$$

Съответно:

$$m_{12}'(\phi_1) = \frac{d}{d\phi_1}(m_{12}(\phi_1)) = \frac{d}{du}(m_{12}(\phi_1)) \frac{du}{d\phi_1} = -\left(\frac{1}{k_2}\right) \frac{f''(u)}{[f'(u)]^2}, \quad (12)$$

$$m_{12}^n(\phi_1) = \left( \frac{1}{k_1 k_2} \right) \frac{2[f''(u)]^2 - f'(u)f'''(u)}{[f'(u)]^3}. \quad (13)$$

Окончателно състоянията на изпъкналост за центроиди 1 и 2, са:

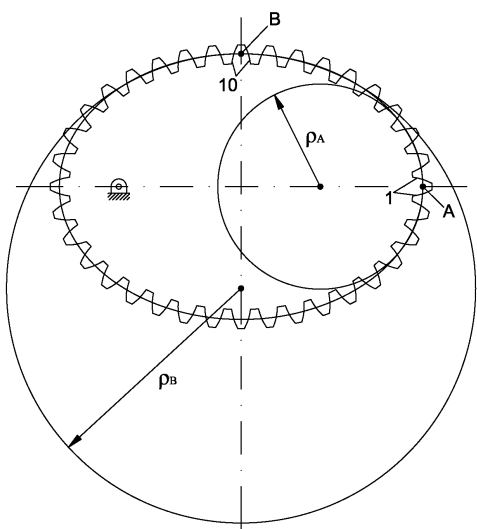
$$k_1 k_2 [f'(u)]^3 + k_1^2 [f'(u)]^2 + 2[f''(u)]^2 - f'''(u)f'(u) \geq 0, \quad (14)$$

$$k_2 [f'(u)]^3 [k_1 + k_2 f'(u)] + f'(u)f'''(u) - [f''(u)]^2 \geq 0. \quad (15)$$

### 5. Локално представяне на некръгли зъбни козела

Различните зъби от едно некръгло зъбно козело имат различни профили. Вариацията на зъбните профили се дължи на променливата кривина на центроида на некръглото зъбно козело [3].

Визуализацията на зъбните профили на некръгло зъбно козело е базирана на идеята, че профилите на едно и също козело могат да бъдат представени като група профили от кръгли зъбни козела [3]. С използване на този подход, например на елиптично зъбно козело на фиг. 4 са показани профили на зъби 1 и 10 като профили от кръгли зъбни козела с радиуси  $\rho_A$  и  $\rho_B$  съответно. Радиусите  $\rho_A$  и  $\rho_B$  са радиуси на кривина в съответните точки  $A$  и  $B$  от елиптичната центроида за зъби 1 и 10 (фиг. 4).



Фиг. 4 Локално представяне на некръгло зъбно козело

### Заклучение

Когато изискванията към зъбната предавка не могат да се удовлетворят от кръгли центроиди, с и без изместване на изходния контур, се приема некръгли центроиди, осигуряващи равенство на периферните скорости.

### Литература

- [1] Литвин Ф. Некруглые зубчатые колеса. Конструирование, теория зацепление и производство. Москва 1950.
- [2] Litvin F., Fuentes A. Gear Geometry and Applied Theory. Cambridge University Press 2004
- [3] Sclater N., Chironis N. Mechanisms And Mechanical Devices Sourcebook. McGraw – Hill 2001.
- [4] Sclater N., Chironis N. Mechanisms And Mechanical Devices Sourcebook. McGraw – Hill 2001.
- [5] Litvin F., Perez I., Fuentes A., Hayasaka K. Design and Investigation of Gear Drives with Non-circular Gears Applied for Speed Variation and Generation of Functions. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Elsevier 2008.
- [6] Litvin F., Perez I., Fuentes A., Hayasaka K. Generation of Planar and Helical Elliptical Gears by Application of Rack-cutter, Hob, and Shaper. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Elsevier 2007.
- [7] Болотовский И. А. и др. Цилиндрические эвольвентные зубчатые передачи внешнего зацепления – Расчет геометрии. “Машиностроение” – 1974.
- [8] Котельников В. П. Минимальное число зубьев прямого зубчатого колеса, нарезанного стандартным долбяком. Станки и инструмент, 1973.
- [9] Котельников В. П. Изв. Вузов. Най – меньшие числа прямых внешних зубьев, нарезанных нестандартным инструментом. Машиностроение, 1974.
- [10] Справочник по геометрическому расчету эвольвентных зубчатых и червячных передач – под ред. И. А. Болотовского, М., “Машиностроение” – 1986.

### За контакти:

Проф. Светослав Кънчев Симеонов, Катедра „Машиностроение и уредостроение“, Технически университет - Габрово, ул. „Хаджи Димитър“ № 4, 066/827 406 , e-mail: ssim@tugab.bg;

Доц. д-р инж. Геннадий Цветанов Цветанов, Катедра „Машиностроение и уредостроение“, Технически университет - Габрово, ул. „Хаджи Димитър“ № 4, 066/827 406 , e-mail: gencvet@tugab.bg;

Ас. Инж. Силвия Христова Големанова, Катедра „Машиностроение и уредостроение“, Технически университет - Габрово, ул. „Хаджи Димитър“ № 4, 066/827 373, e-mail: silvia.g@abv.bg